

Musterlösung der Klausur Nr. 2

Aufgabe Nr. 1

a)	$x = \log_4(100) \approx 3,3219$	e)	$x = -3$ ($x_2 = -6,6$ fällt weg)
b)	$x = \log_8(80) = \log_2(80) : 3 \approx 2,1073$	f)	$x_1 = -0,8$
c)	$x_1 = 0$; $x_2 = -10$ und $x_3 = 4$	g)	$x_1 \approx 0,6751$; $x_2 \approx 2,4665$
d)	$x = \log_{18}(81) \approx 1,5204$	h)	$\alpha_1 = 30^\circ$; $\alpha_2 = 150^\circ$ $\alpha_3 = 210^\circ$; $\alpha_4 = 330^\circ$

Aufgabe Nr. 2

Teil a)

$P(8/20)$ und $Q(11/30,4175)$ und $f(t) = b \cdot a^t$

i) $20 = b \cdot a^8$

ii) $30,4175 = b \cdot a^{11}$

ii) : i) $\Rightarrow a^3 = 1,520875 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{1,520875} = 1,15 \Rightarrow b \approx 6,5380$

also: $f(t) \approx 6,5380 \cdot 1,15^t$

Teil b)

$f(t) = 100$

$100 = 6,5380 \cdot 1,15^t \Leftrightarrow t \approx 19,52$

Teil c)

$2 = 1,15^t \Leftrightarrow t \approx 4,96$ h (d. h. 4 Stunden, 57 Minuten und etwa 34 Sekunden)

Aufgabe Nr. 3

a) $f(t) = 20 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{115}} = 20 \cdot \left(\sqrt[115]{\frac{3}{4}}\right)^t$

b) $1 - p\% = \sqrt[115]{\frac{3}{4}} \approx 0,9975$ (also: in etwa 0,25%)

c) $f(450) \approx 6,4884$

d) $1 = 20 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{115}} \Leftrightarrow \frac{1}{20} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{115}} \Leftrightarrow t \approx 1197,53$

Aufgabe Nr. 4

a) Stufe 9

b) $f(n) = 2^n$

c) $f(n) = 1.000.000.000 \Leftrightarrow 1.000.000.000 = 2^n \Leftrightarrow n = \log_2(1.000.000.000)$

$\Leftrightarrow n \approx 29,897$ (**also:** auf der 30. Stufe)

d) Die Anzahl der Quadrate verdoppelt sich, währenddessen sich deren Fläche halbiert. Auf jeder Stufe kommt also eine Fläche, die der Größe des Ausgangsquadrats entspricht, hinzu. Deshalb übersteigt die Gesamtfläche jede Größe. **Exakt:** $F(n) = (n + 1) \cdot a^2$

Aufgabe Nr. 5

a) Man setzt sinnvollerweise mit dem Funktionstypen $f(t) = 100 - b \cdot q^t$ an. Der Startwert $f(0) = 20$ führt dann zu $b = 80$. Über $f(5) = 50$ kann der Parameter q berechnet werden. Da q^t für $t \rightarrow \infty$ gegen null läuft, lautet der Grenzwert der Funktion sicherlich 100.

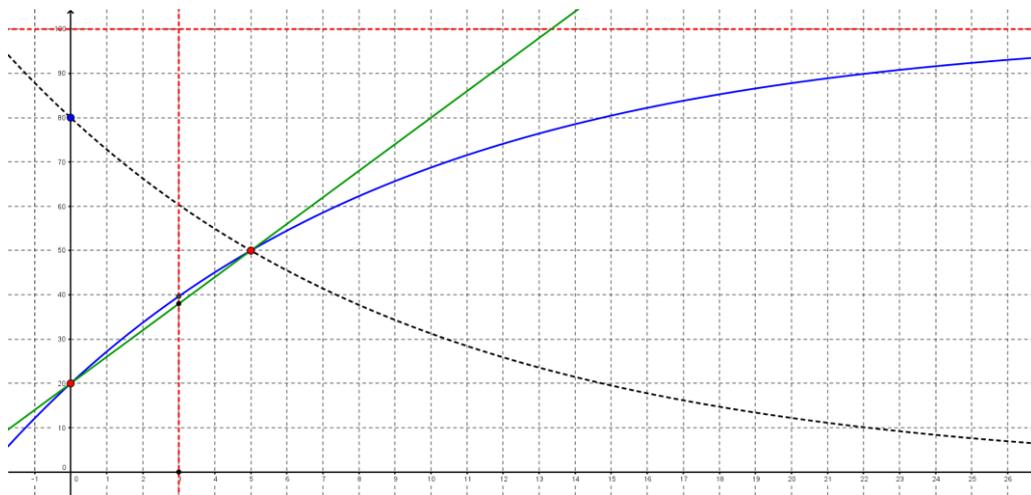
$$f(5) = 50 \Leftrightarrow 50 = 100 - 80 \cdot q^5 \Leftrightarrow \frac{5}{8} = q^5 \Leftrightarrow q = \sqrt[5]{\frac{5}{8}} \approx 0,91028$$

$$f(t) = 100 - 80 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^t$$

b) $f(3) \approx 39,6582$

c) $g(x) = 6x + 20$ und $g(3) = 38$

d) $90 = 100 - 80 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^t \Leftrightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{5}{8}\right)^t \Leftrightarrow t \Leftrightarrow 22,12$ (also in etwa im Jahre 2022)



Aufgabe Nr. 6

mit $Y_{\text{MAX}} = 8$, $Y_{\text{MIN}} = -2$, $p = 10$ und $c = 2$ gilt offensichtlich:

$$a = (8 + 2) : 2 = 5$$

$$d = (8 - 2) : 2 = 3$$

$$b = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

somit: $f(x) = 5 \cdot \sin \left[\frac{\pi}{5}(x - 2) \right] + 3$