Aufgabe 1

Bestimme jeweils die erste Ableitung der angegebenen Funktion f! Vereinfache die entstehenden Funktionsgleichungen der Ableitungen, falls dies möglich ist!

a) $f(x) = 3x^4 - 3x^2$

b) $f(x) = x^2 \cdot (x+4) + 1$

c) $f(x) = -\frac{1}{20}x^4 + \frac{2}{x^5}$

d) $f(x) = -\frac{3}{5}x^5 - \frac{a}{x^3} + bx + c$; $a, b, c \in R$

Aufgabe 2

Die MATERIALVORGABE zeigt eine recht komplizierte Funktion f. Deute den Verlauf der Ableitung f′ dieser Funktion f in dem **gleichen** Koordinatensystem an! Es geht dabei vor allem darum, charakteristische Eigenschaften der Ableitungsfunktion korrekt umzusetzen! Es ist vermutlich sinnvoll, ausgewählte y-Werte über das Verfahren des graphischen Differenzierens näherungsweise zu bestimmen. Der Punkt P(-1/0) ist für diesen Zweck bereits markiert worden. Die Güte der Bearbeitung geht in die Wertung ein!

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x$.

a) Fertige eine vollständige Kurvendiskussion zu der Funktion f an! Dabei darf auf die Symmetriebetrachtung verzichtet werden! **Lösungshinweis:** Die Koordinaten von zwei der drei Nullstellen sind Wurzelwerte!

b) Überprüfe rechnerisch, ob die Funktion f punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung ist!

c) Bestimme die Gleichung der Normalen n im Koordinatenursprung! Ergänze die Gerade n in der unter a) angelegten Skizze!

d) Bestimme die Gleichung der Tangenten t in dem Punkt P(-1/f(-1))! Ergänze die Gerade t in der unter a) angelegten Skizze!

Aufgabe 4

Gegeben sei die Kurvenschar $f_k(x) = x^3 - 3k^2x$, wobei $k > 0$ gelte.

a) Bestimme rechnerisch denjenigen Repräsentanten der Kurvenschar f_k, der durch den Punkt P(2/2) läuft!

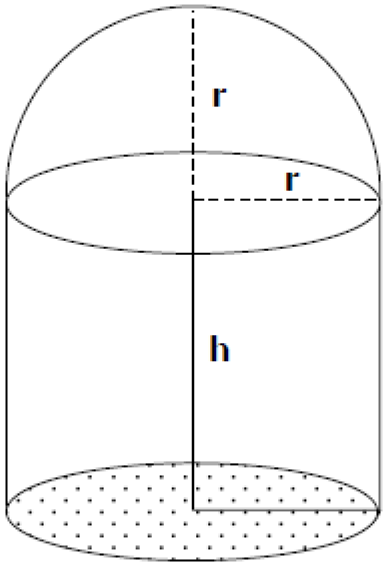
b) Bestimme die Nullstellen der Kurvenschar f_k!

c) Bestimme und kategorisiere sämtliche Extrema der Kurvenschar!

d) Liegen die Minima und die Maxima der Kurvenschar auf der gleichen Ortskurve?
[Rechnerischer Lösungsansatz erforderlich!]

Aufgabe 5

Gegeben sei ein Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel (vgl. Skizze), der Gesamtkörper habe ein Fassungsvermögen von V = 1 Liter = 1000 cm³ (vgl. Skizze). Wie müssen die Abmessungen des Körpers (also r und h) gewählt werden, wenn der Materialverbrauch minimiert werden soll? Die Existenz eines solchen Minimums darf vorausgesetzt werden!



Lösungshinweis:

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$O_{Kugel} = 4\pi r^2$$

Materialvorgabe für Aufgabe 2