Merke

Bei allen Aufgaben ist ein rechnerischer Ansatz erforderlich! Konkrete Wahrscheinlichkeiten können wahlweise als Brüche, Dezimalzahlen oder Prozente angegeben werden!

Aufgabe 1

Auf wie viele **unterscheidbare** Arten kann man

a) sieben Personen,

b) die Buchstaben des Wortes TANSANIA

anordnen?

Aufgabe 2

Ein Basketballspieler trifft von der Freiwurflinie mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}8$. Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis! Beachte dabei, dass sich die Anzahl der Versuche fast durchgängig verändert!

a) E_1: bei **fünf** Versuchen zunächst drei Treffer, dann zwei Fehlschüsse

b) E_2: zumindest ein Treffer bei **sechs** Versuchen

c) E_3: genau 8 Treffer bei **zehn** Versuchen

d) E_4: genau k Treffer bei **20** Versuchen [Term in Abhängigkeit von k; $k = 0, 1, \dots, 20$]

e) E_5: bei **sieben** Versuchen im fünften Wurf der dritte Treffer

f) E_6: bei **50** Versuchen weniger als 45 Treffer

g) E_7: bei **50** Versuchen zumindest 37 Treffer

h) E_8: bei **100** Versuchen zumindest 72 und höchstens 85 Treffer

Aufgabe 3

In einer Urne befinden sich 12 grüne, 4 gelbe und 6 rote Kugeln. Es werden **vier** Kugeln in einem Griff aus der Urne gezogen. Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a) P(alle Kugeln sind grün)

b) P(jeweils eine rote und gelbe Kugel sowie zwei grüne Kugeln)

c) P(zumindest eine rote Kugel)

d) P(genau k grüne Kugeln) [Formel in Abhängigkeit von k; $k = 0, 1, \dots, 4$]

e) P(alle drei Farben sind vertreten)

Aufgabe 4

Beim Sektempfang ist es üblich, dass ein jeder Gast mit jedem anderen genau einmal anstößt.

a) Wie oft ist das Klirren der Sektgläser zu hören, wenn 50 Gäste zusammenkommen?

b) Wie viele Gäste kommen zusammen, wenn das Klirren der Sektgläser exakt 17205-mal zu hören ist? Rechnerischer Lösungsansatz erforderlich!

Aufgabe 5 (Konkrete Ergebnisse auf fünf NKS gerundet angeben!)

Wir betrachten das Lottospiel "5 aus 30".

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt ein Spieler genau 3 Richtige?

b) Gib eine allgemeine Formel für die Wahrscheinlichkeit P(k Richtige) an! Es gelte dabei $k = 0, 1, \ldots, 5$.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich die Zahlen 1 und 30 unter den Gewinnzahlen?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter den Gewinnzahlen zwei ungerade und drei gerade Zahlen?

e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich die Zahl 12 unter den Gewinnzahlen und ist zugleich die kleinste darunter?

f) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich die Zahl k unter den Gewinnzahlen und ist zugleich die größte darunter? Es gilt $k = 5, \ldots, 30$. Gib einen Term in Abhängigkeit von k an!

g) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gibt es unter den Gewinnzahlen zumindest zwei benachbarte (also zumindest ein „Glückszahlzwilling")?

Aufgabe 6

Berechne den Faktor c in der folgenden Gleichung, die man auch **Rekursionsformel für Binomialkoeffizienten** nennt! Dabei soll c eine möglichst einfache Gestalt haben!

$\binom{n}{k+1} = c \cdot \binom{n}{k}$, wobei $n, k \in \mathbb{N}$ und $n > k$

Aufgabe 7

Wie oft muss man mit zwei idealen Würfeln mindestens werfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von zumindest 99,99% **zumindest** einmal einen Sechserpasch zu erzielen?

Aufgabe 8

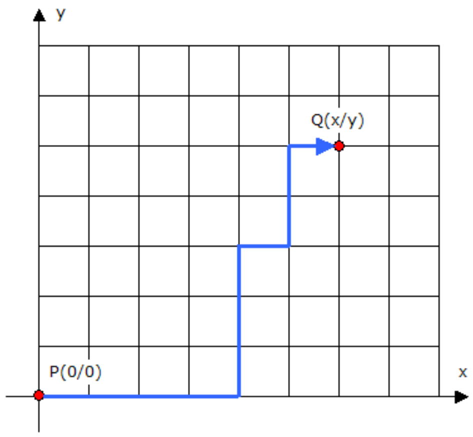
Ein Roboter kenne allein die beiden Bewegungsrichtungen RECHTS und HOCH, er bewege sich vom Punkt P(0/0) aus – den Gesetzen des Zufalls folgend – von Gitterpunkt zu Gitterpunkt durch das Koordinatensystem (vgl. Skizze auf der f. Seite).

a) Wie viele **unterscheidbare** Wege kann der Roboter von P(0/0) nach Q(x/y) wählen?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Roboter nach 14 Schritten rein zufällig von P(0/0) nach Q(7/7) gelaufen ist?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Roboter nach 14 Schritten rein zufällig von P(0/0) über R(4/4) nach Q(8/6) gelaufen ist?

Skizze



Lösungshinweis

Einer der möglichen Wege ist in der Skizze eingezeichnet. Überlege Dir eine mögliche Notation für einen solchen Weg und leite daraus die Anzahl der möglichen Wege ab!

Aufgabe 9

Für eine Zufallsvariable X wird die sogenannte **Varianz** wie folgt definiert:

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + \cdots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

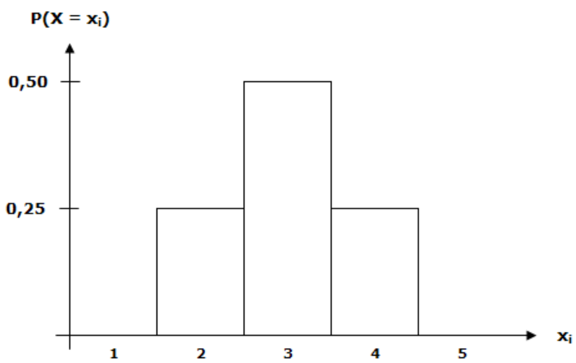
Dabei bezeichnet μ den Erwartungswert E(X) der Zufallsvariablen X.

a) Die beiden folgenden Skizzen zeigen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zweier Zufallsvariablen X und Y. Berechne E(X), E(Y), V(X) und V(Y)!

b) Vergleiche die beiden Zufallsvariablen in aller Kürze vor dem Hintergrund der beiden Größen „Erwartungswert" und „Varianz"!

c) Welche Informationen bezüglich der Verteilung einer Zufallsvariablen X sind der oben definierten Größe V(X) zu entnehmen? Gehe in Deiner Darstellung insbesondere auch auf die Bedeutung des Quadrats in der Formel ein!

Wahrscheinlichkeitsverteilung von X



Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y